

# III Diseño bloques al azar

## Introducción

En algunos experimentos las unidades experimentales no son homogéneas, es decir, algunas tienen características diferentes a las demás. Para eficientar el experimento las unidades experimentales se agrupan por su homogeneidad y a esos grupos se les aplican los tratamientos. Así se evalúa también el impacto del grupo de unidades llamado bloque.

La varianza total se va a separar en tres varianzas, la de tratamientos, la de bloques y la del error.

## Modelo estadístico y análisis de varianza

## Características del diseño

Las unidades experimentales se agrupan en  $r$  bloques. Se definen los  $t$  tratamientos que se van a aplicar a las  $n$  unidades experimentales.

Las unidades experimentales de cada bloque se sortean para la asignación a cada tratamiento.

Se define la variable a medir.

### Acción

### Ejemplo

1

Se definen los tratamientos y los bloques. Se sortean las unidades experimentales según los bloques. Se realiza el experimento y se recopilan los datos.

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Trat 1	13	12	13	11
Trat 2	11	14	13	12
Trat 3	9	8	11	9

2

Se suman todos los valores de las unidades experimentales. A ese valor se le llamará  $y_{..}$ .  
Se obtiene el cuadrado de todos los valores de las unidades experimentales y luego se suman, a ese valor se le llamará  $\sum y_{ij}^2$

	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4
Trat 1	13	12	13	11
Trat 2	11	14	13	12
Trat 3	9	8	11	9
			Total	136 ← $y_{..}$

	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4
Trat 1	169	144	169	121
Trat 2	121	196	169	144
Trat 3	81	64	121	81
			Total	1580

3

Se calcula la suma de cuadrados del total con la fórmula:  
Suma Cuad total =  $\sum y_{ij}^2 - (y_{..})^2 / n$   
Donde  $n$  es el total de los datos

$$\text{Suma de cuadrados total} = 1580 - (136)^2 / 12 = 38.6$$

**4** Es necesario encontrar la varianza entre los tratamientos. Primero se obtiene la suma de cada uno de los tratamientos (que se llamarán  $y_i$ ). Cada suma de tratamientos se eleva al cuadrado y se suman los cuadrados.

	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4	suma	
Trat 1	13	12	13	11	49	$y_1$
Trat 2	11	14	13	12	50	$y_2$
Trat 3	9	8	11	9	37	$y_3$
			suma	136	136	

cuadrados

	2401
	2500
	1369
Suma	6270

$\Sigma y_i^2$

**5** Se calcula la suma de cuadrados de los tratamientos con la fórmula:  
 Suma Cuadrados de tratamientos  
 $= (\Sigma y_i^2) / r - (y_{..})^2 / n$   
 Donde r es el número de repeticiones. Nótese que el segundo término ya está calculado.

Suma de cuadrados de tratamientos  
 $= 6270 / 4 - (136)^2 / 12 = 26.16$

**6** También se debe encontrar la varianza entre los bloques. Primero se obtiene la suma de cada uno de los bloques (que se llamarán  $y_j$ ). Cada suma de bloques se eleva al cuadrado y se suman los cuadrados.

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4
Trat 1	13	12	13	11
Trat 2	11	14	13	12
Trat 3	9	8	11	9
	33	34	37	32

$y_{-1}$        $y_{-2}$        $y_{-3}$

$y_{-4}$

1089	1156	1369	1024
------	------	------	------

$(\Sigma y_j^2) = 4638$

**7** Se calcula la suma de cuadrados de bloques con la fórmula:  
 Suma Cuadrados de bloques  
 $= (\Sigma y_j^2) / t - (y_{..})^2 / n$   
 Donde t es el número de tratamientos. Nótese que el segundo término ya está calculado.

Suma de cuadrados de bloques  
 $= 4638 / 3 - (136)^2 / 12 = 4.66$

**8** Se calcula los grados de libertad de los tratamientos que serán  
 $t - 1$   
 Donde t es el número de tratamientos

Grados de libertad de tratamientos:  
 $= 3 - 1 = 2$

9

Se calcula los grados de libertad de los bloques que serán

$$r - 1$$

Donde r es el número de bloques

Grados de libertad de bloques:

$$= 4 - 1 = 3$$

10

Se calcula los grados de libertad del total

$$n - 1$$

Grados de libertad del total

$$= 12 - 1 = 11$$

11

Los datos hasta ahora calculados se llenan en la tabla de análisis de varianza.

GL son los grados de libertad, SC es la suma de cuadrados y CM son los cuadrados medios.

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16		
Bloques	3	4.66		
Error				
Total	11	38.6		

12

Se calcula los grados de libertad del error:

grados de libertad error:  $(t - 1)(r - 1)$

También se puede calcula GL del error como :

GL error = GL Total - GL tratamientos - GL bloques

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16		
Bloques	3	4.66		
Error	6			
Total	11	38.6		

13

Se calcula la suma de cuadrados del error, la fórmula es:

$$SC \text{ err} = \sum y_{ij}^2 - \sum y_{.j}^2 / t - \sum y_{i.}^2 / r + y_{..}^2 / n$$

El primer término se puede tomar de la fórmula de la SC total, el segundo término de la SC trat.

Otra forma de calcular la SC error es:

$$SC \text{ error} = SC \text{ tot} - SC \text{ trat} - SC \text{ bloq}$$

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16		
Bloques	3	4.66		
Error	6	7.78		
Total	11	38.6		

14

Se calculan los cuadrados medios de los tratamientos con la siguiente fórmula:

$$CM \text{ trat} = SC \text{ trat} / GL \text{ trat}$$

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16	13.08	
Bloques	3	4.66		
Error	6	7.78		
Total	11	38.6		

15

Se calculan los cuadrados medios de los bloques con la siguiente ecuación:

$$CM \text{ trat} = SC \text{ trat} / GL \text{ trat}$$

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16	13.08	
Bloques	3	4.66	1.553	
Error	6	7.78		
Total	11	38.6		

16

Se calculan los cuadrados medios del error con la siguiente fórmula:

$$CM \text{ error} = SC \text{ error} / GL \text{ error}$$

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16	13.08	
Bloques	3	4.66	1.553	
Error	6	7.78	1.297	
Total	11	38.6		

17

Se calcula el valor F de tratamientos con el siguiente fórmula

$$F = CM \text{ trat} / CM \text{ error}$$

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16	13.08	10.087
Bloques	3	4.66	1.553	
Error	6	7.78	1.297	
Total	11	38.6		

18

Se calcula el valor F de bloques con el siguiente fórmula

$$F = CM \text{ bloques} / CM \text{ error}$$

	GL	SC	CM	F
Trat	2	26.16	13.08	10.087
Bloques	3	4.66	1.553	1.1979
Error	6	7.78	1.297	
Total	11	38.6		

19

Se busca en las tablas de la distribución F para los tratamientos con el 0.05% de significancia. Los grados de libertad de los tratamientos serán los grados de libertad del numerador y los grados de libertad del error serán los grados de libertad de denominador.

$$F_{0.05, 2, 6} = 5.14$$

20

Si la F calculada es mayor que la F de las tablas, se concluye que sí hay diferencia entre tratamientos, de lo contrario se concluye que no hay diferencias entre tratamientos.

Como  $10.087 > 5.14$ , se concluye que sí hay diferencias entre tratamientos

21

Se busca en las tablas de la distribución F para los bloques con el 0.05% de significancia. Los grados de libertad de los bloques serán los grados de libertad del numerador y los grados de libertad del error serán los grados de libertad de denominador.

$$F_{0.05, 3, 6} = 4.76$$

22

Si la F calculada es mayor que la F de las tablas, se concluye que sí hay diferencia entre bloques (que si influyen), de lo contrario se concluye que no hay diferencias entre bloques (o que no influyen).

Como  $1.19 < 4.76$ , se concluye que no hay diferencia entre bloques

23

En caso de que sí exista diferencia entre tratamientos o bloques al 95% de seguridad, se puede verificar si existe la misma diferencia al 99%

$F_{0.01, 2, 6} = 10.92$  para trat  
Como 10.087 no rebasa la barrera del 99% se dice que hay diferencia al 95% de seguridad

## Datos perdidos

No se puede desarrollar el diseño de bloques al azar cuando se pierde un dato, es por eso que se diseñó una fórmula para calcular el dato perdido y poder obtener resultados. La fórmula es:

Donde r es el número de repeticiones, t el número de tratamientos, B la suma del bloque donde se recuperará el dato, T es la suma del tratamiento donde se recupera el dato y G es la suma de todos los datos.

$$X = \frac{rB + tT - G}{(r - 1)(t - 1)}$$

Después de recuperar el dato perdido los grados de libertad del total se reduce en uno y los grados de libertad del error se reduce en uno.

### Ejemplo

Suponiendo que se perdió el dato del tratamiento 2 del bloque 3. Se obtienen las sumas del renglon y la columna y se aplica la fórmula:

	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3	Bloque 4	
Trat 1	13	12	13	11	
Trat 2	11	14		12	37
Trat 3	9	8	11	9	
			24		123

$$X = \frac{4(24) + 3(37) - 123}{(4 - 1)(3 - 1)} = 14$$

Se ubica el dato 14 en la casilla vacía y los GL del total serán 10 y los del error 5



## IV Diseño cuadro latino

### Introducción

El diseño cuadro latino se usa cuando se tienen tres factores a evaluar en una misma unidad experimental, por ejemplo, la ingesta de varios niveles de suplemento alimenticio, aplicado a vacas de diferente edad, en diferentes ambientes.

La condición para aplicar el cuadro latino es que los tres factores deben tener el mismo número de tratamientos.

### Características del diseño

Los tratamientos de un factor se manejará como columnas, otro factor será como hileras y el siguiente factor se sorteará entre columnas e hileras de tal forma que en cada columna quede cada uno de los tratamientos de los que se sortean.

### Para tres tratamientos

Al sortear los tratamientos A, B y C en un diseño de 3 x 3 el resultado puede ser el siguiente:

A	B	C
B	C	A
C	A	B

### Para cuatro tratamientos

Al sortear los tratamientos A, B, C y D en un diseño de 4 x 4 el resultado puede ser el siguiente:

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

### Modelo estadístico y análisis de varianza

Acción

Ejemplo

1

Se definen los tratamientos de las columnas, de las hileras y de los tratamientos. Se sortean las unidades experimentales, se realiza el experimento y se recopilan los datos.

	Col 1	Col 2	Col 3	Col 4
Hilera 1	Trat A	Trat C	Trat B	Trat D
	6	8	5	5
Hilera 2	Trat B	Trat D	Trat A	Trat C
	7	7	6	4
Hilera 3	Trat C	Trat B	Trat D	Trat A
	6	8	5	4
Hilera 4	Trat D	Trat A	Trat C	Trat B
	5	9	4	3

2

Se suman todos los valores de las unidades experimentales. A ese valor se le llamará  $y_{..}$ .

Se obtiene el cuadrado de todos los valores de las unidades experimentales y luego se suman, a ese valor se le llamará  $\sum y_{ij}^2$

	Col 1	Col 2	Col 3	Col 4
Hilera 1	Trat A	Trat C	Trat B	Trat D
	6	8	5	5
Hilera 2	Trat B	Trat D	Trat A	Trat C
	7	7	6	4
Hilera 3	Trat C	Trat B	Trat D	Trat A
	6	8	5	4
Hilera 4	Trat D	Trat A	Trat C	Trat B
	5	9	4	3
			suma	92

36	64	25	25
49	49	36	16
36	64	25	16
25	81	16	9
		suma	572

3

Se calcula la suma de cuadrados del total con la fórmula:

$$\text{Suma Cuad total} = \sum y_{ij}^2 - (y_{..})^2 / n$$

Donde n es el total de los datos

Suma de cuadrados total =

$$572 - (92)^2 / 16 = 43$$

4

Para encontrar la varianza entre los tratamientos. Primero se obtiene la suma de cada uno de los tratamientos (que se llamarán  $y_{i.}$ ). Cada suma de tratamientos se eleva al cuadrado y se suman los cuadrados.

	suma	cuad
A	25	625
B	23	529
C	22	484
D	22	484
	suma	2122

5

Se calcula la suma de cuadrados de los tratamientos con la fórmula:

$$\text{SC trat} = (\sum y_{i.}^2) / t - (y_{..})^2 / n$$

Donde t es el número de trats.

Suma de cuadrados de tratamientos

$$= 2122 / 4 - (92)^2 / 16 = 1.5$$

6

Es necesario encontrar la varianza entre las hileras. Primero se obtiene la suma de cada una de las hileras (que se llamarán  $y_{i.}$ ). Cada suma de tratamientos se eleva al cuadrado y se suman los cuadrados.

	Col 1	Col 2	Col 3	Col 4		
Hilera 1	Trat A	Trat C	Trat B	Trat D		
	6	8	5	5	24	576
Hilera 2	Trat B	Trat D	Trat A	Trat C		
	7	7	6	4	24	576
Hilera 3	Trat C	Trat B	Trat D	Trat A		
	6	8	5	4	23	529
Hilera 4	Trat D	Trat A	Trat C	Trat B		
	5	9	4	3	21	441
					suma	2122

**7** Se calcula la suma de cuadrados de las hileras con la fórmula:  
 $SC \text{ hileras} = (\sum y_{i.}^2) / t - (y_{..})^2 / n$

Suma de cuadrados de hileras  
 $= 2122 / 4 - (92)^2 / 12 = 1.5$

**8** Para encontrar la varianza entre las columnas. Primero se obtiene la suma de cada una de las columnas (que se llamarán  $y_{.j}$ ). Cada suma de columnas se eleva al cuadrado y se suman los cuadrados.

	Col 1	Col 2	Col 3	Col 4
Hilera 1	Trat A	Trat C	Trat B	Trat D
	6	8	5	5
Hilera 2	Trat B	Trat D	Trat A	Trat C
	7	7	6	4
Hilera 3	Trat C	Trat B	Trat D	Trat A
	6	8	5	4
Hilera 4	Trat D	Trat A	Trat C	Trat B
	5	9	4	3
	24	32	20	16
	576	1024	400	256
			suma	2256

**9** Se calcula la suma de cuadrados de bloques con la fórmula:  
 $SC \text{ bloques} = (\sum y_{.j}^2) / t - (y_{..})^2 / n$

Suma de cuadrados de bloques  
 $= 2256 / 4 - (92)^2 / 16 = 35$

**10** Se calcula los grados de libertad de los tratamientos, hileras y columnas, como todos tienen el mismo número de datos, para todos es:  
 $t - 1$

GL tratamientos:  $4 - 1 = 3$   
 GL hileras:  $4 - 1 = 3$   
 GL cols:  $4 - 1 = 3$

**11** Se calcula los grados de libertad del total  
 $n - 1$

Grados de libertad del total  
 $= 16 - 1 = 15$

**12** Los datos hasta ahora calculados se llenan en la tabla de análisis de varianza.

	GL	SC	CM	F
Trat	3	1.5		
Hileras	3	1.5		
Cols	3	35		
Error				
Total	15	43		

**13** Se calcula los grados de libertad del error:  
 $GL \text{ error} = GL \text{ Total} - GL \text{ tratamientos} - GL \text{ hileras} - GL \text{ cols}$

	GL	SC	CM	F
Trat	3	1.5		
Hileras	3	1.5		
Cols	3	35		
Error	6			
Total	15	43		



14

Se calcula la suma de cuadrados del error

$$\text{SC error} = \text{SC tot} - \text{SC trat} - \text{SC hileras} - \text{SC cols}$$

	GL	SC	CM	F
Trat		3	1.5	
Hileras		3	1.5	
Cols		3	35	
Error		6	5	
Total		15	43	

15

Se calculan los cuadrados medios de los tratamientos, hileras, columnas y error con la siguiente fórmula

$$\text{CM} = \text{SC} / \text{GL}$$

	GL	SC	CM	F
Trat		3	1.5	0.5
Hileras		3	1.5	0.5
Cols		3	35	11.7
Error		6	5	0.83
Total		15	43	

16

Se calculan los valores F de tratamientos, hileras y columnas con el siguiente fórmula

$$F = \text{CM} / \text{CM error}$$

	GL	SC	CM	F
Trat		3	1.5	0.5
Hileras		3	1.5	0.5
Cols		3	35	11.7
Error		6	5	0.83
Total		15	43	

17

Se busca en las tablas de la distribución F para los tratamientos con el 0.05% de significancia. Los grados de libertad de los tratamientos serán los grados de libertad del numerador (también se usa para las hileras y cols ) y los grados de libertad del error serán los grados de libertad de denominador.

$$F_{0.05, 3, 6} = 4.76$$

18

Si la F calculada es mayor que la F de las tablas, se concluye que sí hay diferencia entre tratamientos, hileras o columnas, de lo contrario se concluye que no hay diferencias entre tratamientos, hileras o columnas.

Como  $0.6 < 4.76$ , se concluye que no hay diferencias entre tratamientos

Como  $0.5 < 4.76$ , se concluye que no hay diferencias entre hileras

Como  $11.7 > 4.76$ , se concluye que sí hay diferencias entre columnas

